

3212090710*** 姓名

专业: 信息与计算科学

课程名称: 385460 - 高等代数选讲 (Selection of Advanced Algebra)

授课教师: 艾武 (教授)

《高等代数选讲》作业 - No. 04

学号: 3212090710***

学期: 2024 春 (Spring 2024)

完成时间: 2024 年 04 月 01 日

练习题 1

(线性代数与常微分方程, 山东大学, 2024 年): 设 A, B, C 分别为 $m \times n, n \times t, s \times m$ 阶矩阵.

(1) 若矩阵 A 的秩 $r(A) = r$, 证明: 存在可逆阵 P, Q , 使得 PA 的后 $m - r$ 行全为零, AQ 的后 $n - r$ 列全为零.

(2) 利用 (1) 证明: 若 $r(A) = n$, 则 $r(AB) = r(B)$; 若 $r(A) = m$, 则 $r(CA) = r(C)$.

证明:

练习题 2

(高等代数, 南京理工大学, 2024 年): 设 A 为一个秩为 r 的 n 阶方阵, 且 $A^2 = A$. 证明: 存在一个秩为 r 的 $r \times n$ 矩阵 B 与一个秩为 r 的 $n \times r$ 矩阵 C , 满足 $A = CB$, 且 $BC = E_r$ (E_r 为 r 阶单位矩阵).

证明: