

3212090710\*\*\* 姓名

《高等代数选讲》作业 - No. 07

专业: 信息与计算科学

学号: 3212090710\*\*\*

课程名称: 385460 - 高等代数选讲 (Selection of Advanced Algebra)

学期: 2024 春 (Spring 2024)

授课教师: 艾武 (教授)

完成时间: 2024 年 04 月 22 日

### 练习题 1

(高等代数, 南开大学, 2024 年): 设  $V = \mathbb{R}[x]_4$  为次数小于 4 的实系数多项式构成的实线性空间, 定义线性变换  $\sigma: V \rightarrow V$  如下:

$$\sigma(f(x)) = (1 - x^2) f''(x) - 2x f'(x), \forall f(x) \in V.$$

求  $V$  的一组基, 设  $\sigma$  在这组基下的矩阵为对角矩阵.

解:

### 练习题 2

(高等代数, 南京师范大学, 2024 年): 设  $V$  是全体次数不超过  $n$  的实系数多项式再添上零多项式组成的实数域上的线性空间, 定义  $\sigma$  是  $V$  上的线性变换: 任给  $f(x) \in V, \sigma(f(x)) = x f'(x) - f(x)$ .

(1) 求  $\sigma$  的核  $\sigma^{-1}(0)$  及  $\sigma$  的值域  $\sigma V$ .

(2) 证明:  $V = \sigma^{-1}(0) \oplus \sigma V$ .

解: