3212090710* 姓名** **《高等代数选讲》作业 - No. 08**

专业: 信息与计算科学 学号: 3212090710***

课程名称: 385460 - 高等代数选讲 (Selection of Advanced Algebra) 学期: 2024 春 (Spring 2024)

授课教师: 艾武（教授） 完成时间: 2024 年 04 月 29 日

练习题 1

（高等代数，郑州大学，2024 年）：设 $V = P^{2\times 2}$ 是数域 P 上的线性空间, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$, 线性变换 $\sigma : X \to AX, \forall X \in P^{2\times 2}$.

(1) 求线性变换 σ 在基

$$E_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

下的矩阵.

(2) 如果 A 相似于对角矩阵, 证明线性变换 σ 在 V 的某组基下的矩阵是对角矩阵.

解:

练习题 2

（线性代数与解析几何，中国科学技术大学，2024 年）：对于任意向量 $X, Y \in \mathbb{R}^3$, 定义

$$(X, Y) = X^T \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} Y.$$

(1) 证明上述定义给出了 $\mathbb{R}^3$ 上的一个内积.

(2) 利用 Schmidt 正交化从基向量组 $\alpha_1 = (1,0,0)^T, \alpha_2 = (1,0,1)^T, \alpha_3 = (1,1,0)^T$ 构造一组标准正交基.

解: